

Modèle de transfert de chaleur périodique en compression–détente pure

Jean-Marc Vignon*, Didier Mazon

Laboratoire de mécanique des fluides et d'acoustique, UMR 5509, École centrale de Lyon, BP 163, 69131 Écully cedex, France

(Reçu le 19 janvier 1998, accepté le 1^{er} juillet 1998)

Abridged English version at the end of the text

Abstract—Periodic heat transfer model for pure compression–expansion modelling. Heat transfer on the walls of a motored reciprocating engine during continuous compression–expansion phases is examined. Analytical expressions for the instantaneous wall heat flux and temperature profile inside the chamber are established. The configuration is a unidimensional flow field with neither combustion nor fluid flow other than that induced by the compression process. The constant wall temperature is given by a thermal equilibrium condition. The periodic solution for the heat flux is expressed as a Fourier expansion series and shows typical out of equilibrium behaviour, which cannot be taken into account by classical models using heat transfer coefficients. In particular, wall heat fluxes can be observed reversing from cold gas to hot wall, in opposition to the equilibrium orientation. The thermal equilibrium of the wall gives a non zero average wall heat flux, from gas toward wall, which is associated with the entropy production in the wall influence zone. Tests have been made on a special test bench, with all valves closed so that the exhaust and admission phases are stopped, and the measured heat fluxes are in good agreement with the computed results. © Elsevier, Paris
heat transfer / unsteady / reciprocating engines / compression / expansion / heat equation

Résumé — Les transferts de chaleur sur les parois d'un moteur thermique alternatif, durant les phases de compression et de détente, sont examinés. Des expressions analytiques du flux thermique pariétal instantané et des profils de température à l'intérieur de la chambre de combustion sont établies. La configuration est celle d'un milieu unidimensionnel, en l'absence de toute combustion et sans écoulements autres que ceux induits par la compression. La température de surface constante est déterminée par une condition d'équilibre thermique. Les solutions périodiques sont obtenues par une décomposition en série de Fourier, et font apparaître des comportements hors équilibre typiques que l'usage classiquement adopté du coefficient d'échange par convection ne peut représenter. On observe en particulier des flux pariétaux variant en sens inverse de l'écart global de température gaz–paroi. L'équilibre thermique de la paroi et du gaz impose un flux moyen non nul, dirigé du gaz vers la paroi, et qui correspond à la production d'entropie dans la zone d'influence de la paroi. Les essais effectués sur un moteur expérimental, modifié pour supprimer les phases d'échappement et d'admission, sont conformes aux résultats de la simulation. © Elsevier, Paris
transferts thermiques / instationnaire / moteurs alternatifs / compression / détente / équation de la chaleur

Nomenclature

a	diffusivité thermique	$m^2 \cdot s^{-1}$
A_n	coefficients de Fourier	
b	longueur de la bielle	m
C	capacité thermique massique	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
C_p	capacité thermique massique à pression constante	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
C_{yl}	cylindrée	m^3
D	alésage	m

m	longueur de la manivelle	m
P	pression	MPa
R	constante des gaz parfaits	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
R_{vol}	taux de compression	
t	temps	s
T	température	K
U	vitesse normale à la paroi	$m \cdot s^{-1}$
V	volume de la chambre	m^3
x	distance à la paroi	m

Symboles grecs

α	angle de vilebrequin	deg
β	coefficient d'amortissement	m^{-1}

* Correspondance et tirés à part.
 vignon@machterm.ec-lyon.fr

γ	rapport des capacités thermiques massiques	
θ	rapport de la température à celle de l'infini	
θ	fonction de courant	m
λ	conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
ρ	masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
τ	temps transformé	m^2
φ	densité de flux de chaleur	$W \cdot m^{-2}$
ω	pulsation	$rad \cdot s^{-1}$
Ω	pulsation transformée	$rad \cdot m^{-2}$

Indices

0	valeur de référence
∞	valeur hors couche limite
n	numéro d'harmonique
p	grandeur relative à la paroi

Autres notations

-	moyenne temporelle
---	--------------------

1. INTRODUCTION

Le problème posé a pour objectif de décrire la phase de compression et de détente, telle qu'elle se déroule dans un moteur thermique alternatif. En régime établi, et même dans la configuration complète, la périodicité reste assurée par la rotation régulière de l'arbre moteur.

Les développements présentés ici ont pour objet l'obtention de solutions analytiques, qui permettent une interprétation qualitative en relation avec les méthodes de mesure de flux thermiques stationnaires rapides. Pour mesurer un flux de chaleur dans les moteurs thermiques, il faut mesurer une température superficielle de la paroi exposée aux gaz et une température à l'arrière pour accéder dans de bonnes conditions au flux thermique moyen. La suppression du thermomètre arrière est tout à fait possible, à condition de pouvoir caler en un point le flux obtenu, le traitement en série de Fourier du signal ne donnant que les fluctuations de ce flux. Lors d'études antérieures, Amara [1, 2] a montré que la meilleure concordance est obtenue en supposant que l'instant du flux nul est celui de la phase de compression où la température estimée des gaz atteint celle de la paroi. On constate, par contre, que le point de la détente où cette égalité est établie ne correspond pas à un point de flux nul, mais à un flux dirigé de la paroi vers le gaz. Les modèles simples de détermination du flux par des coefficients locaux d'échange de chaleur ne peuvent pas rendre compte correctement de ce phénomène. En effet, si l'on rapporte la valeur instantanée du flux de chaleur à l'écart de température entre la paroi et le gaz, des singularités apparaissent, sous forme de valeurs négatives

ou infinies du coefficient d'échange au voisinage du point de croisement des températures.

La formulation du problème est relativement complexe, car la diffusion de la chaleur en régime instationnaire est couplée à un écoulement de compression. Dans les développements présentés, les écoulements sont seulement induits par la compression, en ne considérant qu'un axe d'espace dans la direction perpendiculaire à la paroi. Cette situation décrit les couches de gaz sur la culasse d'un moteur ou le dessus d'un piston soumis à des compressions et détentes suivant un axe de déformation normal à ces surfaces. Le modèle sera valable s'il n'y a pas d'écoulements radiaux induits par la géométrie, tels que les effets de chasse, présents lorsque la face supérieure du piston comporte un creux. Le modèle unidimensionnel ne s'applique pas aux parois latérales, puisque la composante de vitesse induite par les compressions et détentes est alors parallèle à ces surfaces. L'écoulement sur les surfaces latérales du cylindre est ainsi dominé par le phénomène du cisaillement visqueux, absent de notre modèle unidimensionnel.

2. FORMULATION ET SOLUTION DU PROBLÈME

Le modèle unidimensionnel décrit un champ de température $T(x,t)$; la vitesse U est dirigée suivant l'axe des x perpendiculaire à la paroi. Les équations de conservation s'écrivent, en supposant que le gaz est parfait, et que la masse volumique du gaz est modifiée aussi bien par la pression que par le champ de température :

- équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U) = 0 \quad (1)$$

- équation de conservation de l'énergie :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (2)$$

- équation d'état :

$$P = \rho r T \quad (3)$$

Les conditions aux limites sont une température de paroi constante à l'origine des abscisses, un flux de chaleur par conduction nul à l'infini, avec une évolution périodique de pression.

La première étape dans la résolution est d'éliminer la vitesse, en utilisant le changement de variable suivant, qui définit la fonction de courant η :

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{\rho U}{\rho_0} \quad (4)$$

ρ_0 est la masse volumique de référence, à laquelle correspondent une pression et une température P_0 et

T_0 . L'utilisation de cette fonction en remplacement de la variable d'espace x assure le respect de l'équation de continuité, et il reste à satisfaire l'équation de conservation de l'énergie (2), qui s'écrit avec cette nouvelle variable :

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\lambda \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] \quad (5)$$

On peut alors supposer que la conductivité thermique locale s'exprime par une proportionnalité à la température, et on se ramène alors aux conditions à l'état de référence :

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (6)$$

Cette dernière relation se combine aux évolutions de masse volumique pour donner un terme ne dépendant que du rapport de la pression à celle de référence. On se place, de plus, dans des conditions où la pression ne dépend que du temps, et pas de la dimension spatiale. On obtient alors :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho C_p} \frac{dP}{dt} + \frac{\lambda_0}{\rho_0 C_p P_0} \frac{P}{\partial \eta^2} \quad (7)$$

En écrivant ce bilan loin de la paroi, le dernier terme disparaît, et il reste une liaison simple entre les évolutions de pression et de température :

$$\frac{1}{\rho C_p} \frac{dP}{dt} = \frac{\rho_\infty}{\rho} \frac{dT_\infty}{dt}$$

soit encore :

$$\frac{1}{\rho C_p} \frac{dP}{dt} = \frac{T}{T_\infty} \frac{dT_\infty}{dt} \quad (8)$$

Cette relation s'intègre, pour donner les lois puissance classiques des évolutions adiabatiques réversibles :

$$\frac{T_\infty}{T_0} = \left[\frac{P}{P_0} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

ou encore, en fonction des volumes :

$$\frac{T_\infty}{T_0} = \left[\frac{V_0}{V} \right]^{\gamma-1} \quad (9)$$

Le terme de pression peut alors être éliminé en définissant la variable de température $\theta = T/T_\infty$. Le bilan énergétique s'écrit alors sous la forme d'une équation de la chaleur, avec une conductivité variable seulement dans le temps :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda_0}{\rho_0 C_p P_0} \frac{P}{\partial \eta^2} \quad (10)$$

Une solution analytique de l'équation pour θ est donnée sous la forme du produit de convolution

suivant, solution applicable lorsqu'une condition initiale constante est supposée :

$$T(\eta, t) = T_\infty(t) \cdot \left[1 + \int_0^t \operatorname{erfc} \left[\frac{\eta}{2} / \sqrt{\frac{\lambda_0}{\rho_0 C_p} \int_\tau^t \frac{P(\theta)}{P_0} d\theta} \right] \frac{d}{d\tau} \left[\frac{T_0}{T_\infty(\tau)} \right] d\tau \right] \quad (11)$$

Cette solution, proposée par Keck [3] et Yang [4], est relativement complexe à utiliser, et ne convient pas aux problèmes périodiques. Les résultats du calcul d'Amara [5] ont cependant montré que la convergence du régime transitoire vers le régime périodique est obtenue très vite.

La recherche de régimes périodiques passe par un changement de variable sur le temps, similaire à celui de la solution transitoire :

$$\tau(t) = \frac{\lambda_0}{\rho_0 C_p} \int_0^t \frac{P(t')}{P_0} dt' = a_0 \int_0^t \frac{P(t')}{P_0} dt' \quad (12)$$

où a_0 est la diffusivité thermique de référence.

Ce changement de variable transforme la diffusivité en valeur unité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \quad (13)$$

Dans le cas d'une pression donnée par une loi bielle-manivelle, le champ est alors périodique en temps et relativement régulier, ce qui assure une décomposition a priori de la solution en série de Fourier ne nécessitant qu'un minimum de termes. Les coefficients sont des fonctions de la variable spatiale, décomposés ici suivant les parties paires et impaires :

$$\theta(\eta, \tau) = \theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{n,c}(\eta) \cos(n \Omega \tau) + \theta_{n,s}(\eta) \sin(n \Omega \tau) \quad (14)$$

La pulsation dans le domaine de temps transformé est donnée par :

$$\Omega = 2\pi/\tau \text{ (période)} \quad (15)$$

Les solutions relatives à cette équation, qui demeurent finies lorsque la variable spatiale η tend vers l'infini, s'écrivent sous la forme :

$$\theta(\eta, \tau) = \theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-\beta_n \eta) \cos(n \Omega \tau - \beta_n \eta) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\beta_n \eta) \sin(n \Omega \tau - \beta_n \eta) \quad (16)$$

où les coefficient β_n sont définis par : $\beta_n = \sqrt{n \Omega / 2}$

Cette forme, relativement simple, exprime le rapport T/T_∞ . La condition aux limites au loin de la paroi donne pour terme constant la valeur unité : $\theta_0 = 1$

Si T_p est la température de paroi, supposée constante, la condition limite sur la paroi s'écrit :

$$\begin{aligned} \theta(0, \tau) &= \frac{T_p}{T_\infty(\tau)} \\ &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n \Omega \tau) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n \Omega \tau) \quad (17) \end{aligned}$$

C'est la représentation de $T_p/T_\infty(\tau)$ en série de Fourier, et on peut remarquer que le terme constant ne peut pas être choisi arbitrairement, ce qui traduit indirectement un équilibre thermique de la paroi, avec pour résultat :

$$T_p = \tau(\text{période}) / \int_0^{\tau(\text{période})} \frac{d\tau}{T_\infty(\tau)} \quad (18)$$

Les coefficients B_n peuvent, dans un souci de simplification, être annulés par le choix d'une origine des temps, ou des angles associés, faisant apparaître une symétrie. Pour une application à des compressions et détente induites par un piston, on prend comme référence des angles la position haute du piston (PMH), ce qui assure la symétrie requise :

$$A_n = \frac{2}{\tau(\text{période})} \int_0^{\tau(\text{période})} \frac{T_p}{T_\infty(\tau)} \cos(n \Omega \tau) d\tau \quad (19)$$

Pour un calcul pratique avec des valeurs régulièrement espacées en temps réel, il est préférable d'écrire cette dernière relation sous la forme :

$$A_n = \frac{2 a_0}{\tau(\text{période})} \int_0^{\text{période}} \frac{T_p}{T_\infty(t)} \frac{P(t)}{P_0} \cos(n \Omega \tau(t)) dt \quad (20)$$

Le flux de chaleur dirigé vers la paroi s'exprime par la loi de la conduction thermique :

$$\varphi(t) = \lambda_p \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0}$$

$$\text{soit encore } \varphi(\tau) = \lambda_p T_\infty(\tau) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (21)$$

La dérivée partielle de la fonction de courant à la paroi est :

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{\rho_p(\tau)}{\rho_0}, \text{ d'où } \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{T_0}{T_p} \frac{P(\tau)}{P_0} \quad (22)$$

La dérivation à l'origine de la solution en θ peut être écrite sous la forme :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} = -\sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \beta_n \cos \left(n \Omega \tau + \frac{\pi}{4} \right) \quad (23)$$

Finalement le flux pariétal est :

$$\begin{aligned} \varphi(\tau) &= - \left(\lambda_p \sqrt{2} \frac{T_0}{T_p} \right) \left(\frac{P(\tau)}{P_0} T_\infty(\tau) \right) \\ &\quad \cdot \sum_{n=1}^{\infty} A_n \beta_n \cos \left(n \Omega \tau + \frac{\pi}{4} \right) \quad (24) \end{aligned}$$

3. REMARQUES SUR L'IRRÉVERSIBILITÉ DU TRANSFERT THERMIQUE

L'équilibre thermique de la paroi est apparu, au cours de l'obtention de la solution, comme une condition nécessaire à l'existence d'une solution périodique. En effet, une seule valeur est possible car, sinon, au cours de compressions et de détente se répétant de façon cyclique, il y aurait, soit une dérive de la température de paroi, soit de la température loin de la paroi, si le volume concerné est limité. Pour des milieux sans compression, cette stabilité s'accompagne en moyenne de l'absence de flux de chaleur moyen. Nous allons montrer que ce n'est pas le cas pour des évolutions cycliques de type compression et détente, à partir de la solution établie précédemment. Le flux moyen est :

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\text{période}} \int_0^{\text{période}} \varphi(t) dt$$

$$\text{soit } \bar{\varphi} = \frac{1}{a_0 \text{ période}} \int_0^{\tau(\text{période})} \frac{P_0}{P(\tau)} \varphi(\tau) d\tau \quad (25)$$

On applique alors le résultat, en série de Fourier, du flux pariétal, que l'on peut mettre sous la forme suivante :

$$\bar{\varphi} = - \frac{\lambda_p T_0 \beta_1}{\Omega \text{ période}} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sqrt{n} \cos(n \Omega \tau)}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n \Omega \tau)} \right) d(\Omega \tau) \quad (26)$$

Le dénominateur est positif en tout point, car il désigne un rapport de température. L'intégrale figurant dans cette expression est négative, et ce résultat peut se démontrer en s'appuyant sur les propriétés de l'équation de la chaleur en milieu semi-infini, du point de vue mathématique. Pour cela, on reprend l'équation de bilan (5), par exemple :

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{dP}{dt} + \frac{\partial}{\partial \eta} [-\varphi(\eta, t)] \quad (27)$$

Le flux de chaleur en tout point est défini par :

$$\varphi(\eta, t) = -\lambda \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial T}{\partial \eta} \quad (28)$$

en prenant la convention d'un flux positif lorsque la paroi reçoit de la chaleur.

La relation (27) est alors divisée par la température, et le premier terme de droite est combiné à l'équation d'état. Le dernier est décomposé en deux termes, d'où la relation :

$$\rho_0 C_p \frac{\partial \ln T}{\partial t} - \rho_0 r \frac{d \ln P}{dt} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{-\varphi(\eta, t)}{T} \right) - \frac{\varphi(\eta, t)}{T^2} \frac{\partial T}{\partial \eta} \quad (29)$$

Cette équation est alors intégrée sur une période et sur le demi-espace. La périodicité assure la nullité des contributions des termes du membre de gauche. Le premier terme de droite s'intègre d'abord en η , et ne donne alors plus que la valeur à la paroi. En utilisant l'expression (28) du flux local de chaleur, et en remarquant que le flux de chaleur à la paroi est l'opposé de la valeur à l'origine suivant nos conventions, il reste :

$$\int_{\text{période}} \frac{\varphi_p(t) dt}{T_p} = \int_{\text{période}} dt \int_0^\infty \frac{\lambda}{T^2} \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)^2 d\eta \quad (30)$$

La température superficielle étant supposée constante, on déduit de cette dernière relation que le flux à la paroi est en moyenne positif, c'est-à-dire dirigé vers la paroi. On peut reconnaître dans le dernier terme la production d'entropie due aux irréversibilités que constitue le transfert de chaleur par convection.

Pour conclure sur ces remarques à caractère fondamental, on peut faire le parallèle entre le phénomène étudié et celui, plus classique, de la conduction en régime périodique sur un mur semi-infini. On trouve pour cette disposition un flux moyen nul, et la production d'entropie par irréversibilités est toujours obtenue en intégrant sur une période le rapport du flux pariétal instantané à la température de la surface, qui est toujours positive. Cette disposition de milieu semi-infini se distingue par une température superficielle oscillante, alors que celle à l'infini reste constante.

Pour l'application à la culasse d'un moteur, la quantité de chaleur évacuée en un cycle est égale au travail global de compression et de détente, non nul en conséquence de l'irréversibilité des transferts thermiques. Ce calcul ne peut être formellement mené qu'en géométrie fermée, ce qui permet de définir ce travail.

4. APPLICATION AUX MOTEURS THERMIQUES

Le niveau des pressions utilisé est déterminé par l'évolution du volume dans l'hypothèse d'une évolution adiabatique réversible, qui n'est valable en toute rigueur que dans le cas d'un système semi-infini. L'obtention

d'un régime de compression-détente pur ne correspond pas à des conditions de fonctionnement d'un moteur à quatre temps, car alors l'air n'est pas renouvelé. Du point de vue pratique, l'expérience consiste à bloquer les soupapes en position fermée, le moteur étant entraîné par un moteur électrique. L'équilibre, assez rapidement obtenu, est composé d'un régime d'oscillations de pression et de température autour des valeurs ambiantes. Par suite des fuites dues à la segmentation, la pression s'équilibre en moyenne autour de la pression atmosphérique. La température instantanée de l'air atteint des valeurs minimales de l'ordre de -100°C lorsque le piston est en position de point mort bas. Cette température n'est pas accessible à nos mesures, et résulte de l'équilibre du gaz autour de la température de paroi.

Les figures 1 à 3 présentent les résultats de la simulation sur un moteur d'alésage 100 mm et de course 90 mm, avec un rapport volumétrique de compression égal à 7,5. Le rapport de la longueur de la bielle au rayon de la manivelle est de 3,62. Ces valeurs sont celles d'un moteur industriel de marque Lombardini LDA100, qui a servi de base à la réalisation du banc d'essai. L'état de référence est pris au point mort bas (PMB), dans des conditions qui correspondent au point de fonctionnement relevé sur le moteur monocylindre expérimental. Les évolutions du flux instantané ne sont en phase ni avec la pression, ni avec l'écart de température entre l'air et la paroi et, pour cette raison, toutes les formulations de ce flux du type «lois d'échange» basées sur ces paramètres présentent des défauts qu'il est impossible de corriger. On peut en particulier observer que les deux points d'annulation du flux ne correspondent pas avec les passages à zéro de l'écart de température gaz-paroi. Ce défaut est ici accentué par l'absence d'écoulement d'ensemble induit par le renouvellement de l'air et de la convection forcée qui l'accompagne. Il convient donc de relativiser la

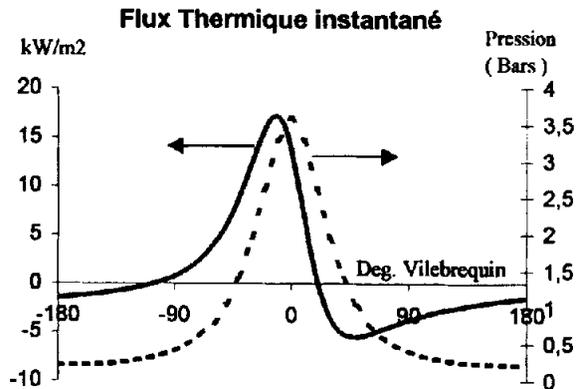


Figure 1. Flux thermique instantané et pression. Régime : 1 000 tr·min⁻¹ ; pression : 0,0214 MPa au PMB ; T₀ = 182 K.
Figure 1. Instantaneous heat flux and pressure. 1 000 rpm ; pressure: 0.0214 MPa at BDC; T₀ = 182 K.

critique sur les formules d'échange thermique adaptées au contexte moteur, qui rendent quand même bien compte des flux globaux observés. La valeur moyenne du flux est, pour ce cas de calcul, égale à $0,87 \text{ kW}\cdot\text{m}^{-2}$, soit environ un vingtième de la valeur maximale instantanée.

La figure 3 donne quelques profils de température qui mettent en évidence l'évolution des épaisseurs des zones perturbées par la paroi, oscillant entre 1 et 3 mm. Les profils en S correspondent à des flux hors équilibre, en sens inverse de l'écart de température gaz-paroi. Ces points-là posent le problème de l'utilisation des modèles simples de convection, qui ne peuvent pas rendre compte de ces transferts en opposition par rapport à l'écart moyen de température entre le gaz et la paroi.

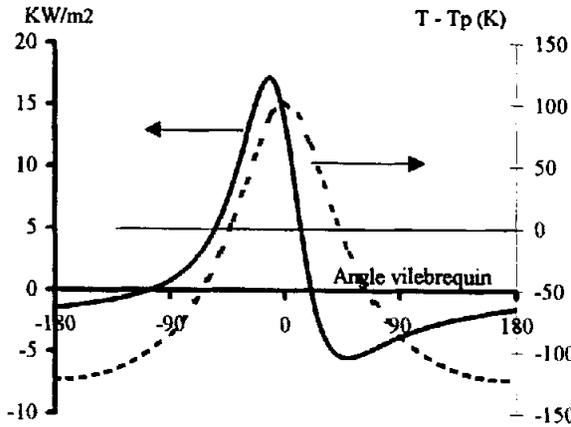


Figure 2. Flux thermique instantané et écart de température. Régime : $1\,000 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$; pression $0,0214 \text{ MPa}$ au PMB ; $T_0 = 182 \text{ K}$.

Figure 2. Instantaneous heat flux and temperature difference. $1\,000 \text{ rpm}$; pressure: 0.0214 MPa at BDC ; $T_0 = 182 \text{ K}$.

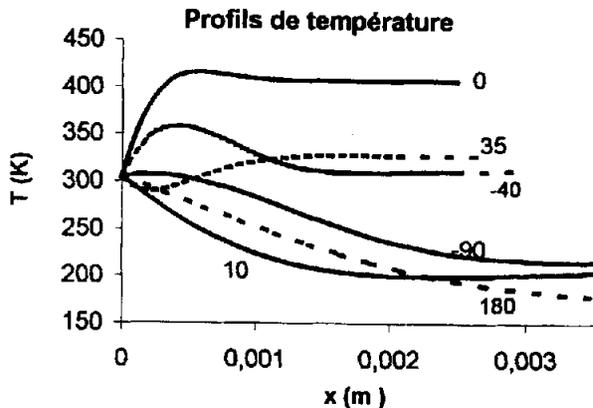


Figure 3. Profils de température obtenus à divers angle de vilebrequin. Régime : $1\,000 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$; pression : $0,0214 \text{ MPa}$ au PMB ; $T_0 = 182 \text{ K}$.

Figure 3. Temperature profiles at selected crankshaft angles. $1\,000 \text{ rpm}$; pressure: 0.0214 MPa at BDC ; $T_0 = 182 \text{ K}$.

L'effet de la pression se fait sentir à travers les coefficients β_n , en racine de l'inverse de la période en τ , elle-même proportionnelle à la diffusivité thermique. Finalement, le flux thermique, toutes quantités égales par ailleurs, varie selon le modèle, de façon rigoureusement proportionnelle à la racine carrée de la pression, ainsi qu'il apparaît sur la figure 4.

La confrontation avec les résultats expérimentaux est assez délicate, car la mesure est faite dans des conditions peu favorables à la précision. Comme l'équilibre moyen en pression se fait autour de la pression atmosphérique, les valeurs du flux instantané sont peu élevées. Pour le cas présenté sur la figure 5, on a une pression mesurée qui oscille entre $0,214$ et $3,6 \text{ bar}$. La mesure de la pression par capteur piézo-électrique est sujette à des

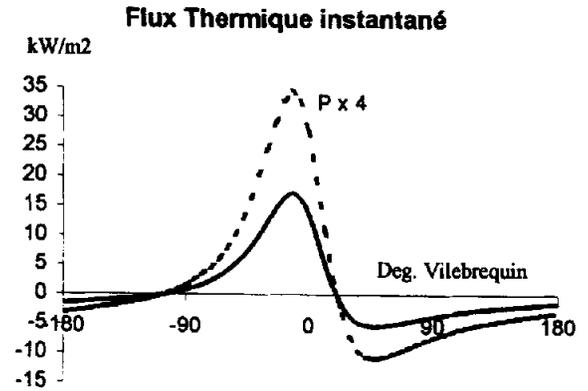


Figure 4. Effet de la pression initiale sur le flux thermique. Pression initiale multipliée par 4, sans autres changements.

Figure 4. Initial pressure effect on thermal flux. Initial pressure multiplied by 4, without other changes.

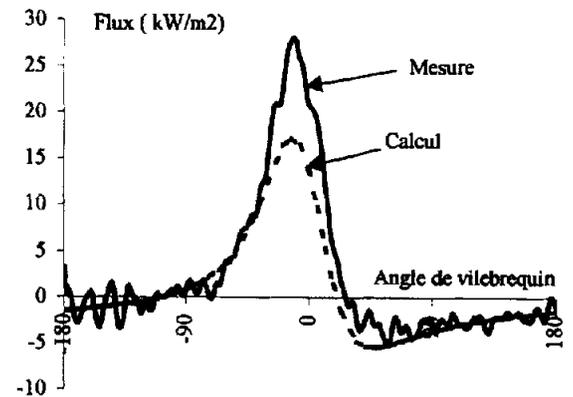


Figure 5. Comparaison du modèle périodique avec la mesure, dans les mêmes conditions du flux instantané, par couple thermoélectrique de surface.

Figure 5. Periodic model compared to instantaneous heat flux measurement, under the same conditions, by a surface thermocouple.

dérivées lentes, qui font que le signal est toujours obtenu à une constante additive près. Cette dernière, notée K , est calculée de manière à ce que le rapport des pressions extrêmes du cycle corresponde au calcul par la compression adiabatique réversible, avec un exposant γ de 1,4 :

$$\frac{P_{\max} + K}{P_{\min} + K} = R_{\text{vol}}^{\gamma} \quad (31)$$

La mesure du flux thermique pariétal s'effectue au moyen d'un capteur de température de surface CFTM, fabriqué pour cet usage par la société CRMT. Ce capteur est constitué d'un corps en acier, de diamètre 3 mm à sa partie terminale, et dans lequel est inséré un fil de constantan, recouvert latéralement d'un dépôt isolant électrique. L'effet thermoélectrique est localisé dans une couche mince superficielle de nickel, qui constitue la jonction. L'épaisseur de ce dépôt, de l'ordre de 1 μm , ne perturbe pas de façon sensible la réponse de la jonction. Pour une composante de flux pariétal sinusoïdale pure, l'évolution de la température dans une couche homogène suit la loi :

$$T(x,t) = \frac{\varphi_p}{\sqrt{\omega \lambda \rho C}} e^{-\beta x} \sin(\omega t - \beta x - \pi/4) \quad (32)$$

Le coefficient d'amortissement β est donné par :

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega}{2a}} \quad (33)$$

Avec une diffusivité thermique de l'ordre de $10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, et une fréquence de 10 Hz, β est de l'ordre de 2000 m^{-1} . L'amplitude à la profondeur de 1 μm est ainsi réduite de deux pour mille. Le déphasage associé est alors de l'ordre de 3 ms, que l'on peut considérer comme un ordre de grandeur du temps de réponse du capteur. Lors d'une étude antérieure de Vignon et Trémoulière [6], appliquée à un prototype de capteur moins performant que les versions réalisées ensuite, nous avons montré que l'on peut caractériser plus finement la réponse d'un tel capteur à une sollicitation périodique élémentaire.

D'un point de vue pratique, on peut observer une atténuation du signal dans le temps, conséquence du développement d'un film d'huile ou d'un dépôt de suie, et une visualisation en continu permet de détecter de telles perturbations, qui demandent un arrêt pour démontage et nettoyage. Le signal brut de température pariétale n'est pas directement proportionnel à la grandeur recherchée, en l'occurrence la densité de flux de chaleur. Le traitement du signal est fait par décomposition en série de Fourier de la température de surface et un calcul analytique simple de la conduction thermique dans la paroi en régime périodique, tel que celui présenté par Overbye et al. [7]. La relation (32) est l'élément de base du calcul. Le calcul du flux à partir de la température superficielle au niveau de la jonction du capteur se fait alors en multipliant chaque harmonique

par un terme proportionnel à la racine carrée de son numéro d'ordre, et en déphasant celui-ci d'un huitième de période. Un filtrage numérique est nécessaire, car le résultat du calcul est très sensible aux composantes de fréquences élevées, plus riches en bruit. L'incidence de ce dernier est cependant moins gênante que lors d'une dérivation numérique. Dans le cas de flux présenté sur la figure 5, l'amplitude des oscillations de la température n'est que de $0,2^\circ$, mais le signal reste exploitable. Les flux mesurés sont un peu plus importants que ceux prévus par le modèle unidimensionnel, et cet écart pourrait être dû aux contributions de nature convective, que le modèle ne prend pas en compte.

La figure 6 présente un résultat de calcul, avec une extension à un cycle à quatre temps, l'échappement et l'admission étant pris ici comme des phases de repos, c'est-à-dire à pression et température constantes. Cette situation reproduit celle d'un moteur entraîné, où il suffit de neutraliser la combustion. En pratique, la couche limite thermique se développe durant l'admission, avec des vitesses induites assez importantes pour que le phénomène de convection forcée contribue grandement aux flux thermiques pariétaux. On mesure dans les mêmes conditions un flux de chaleur plus intense que par le modèle unidimensionnel laminaire, avec un pic atteignant une valeur typique de $300 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$ [2] au lieu de $45 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$ d'après le modèle. Le modèle de Yang [8] corrige partiellement cette insuffisance, en utilisant une diffusivité turbulente.

5. CONCLUSIONS

Le transfert thermique lors d'un régime de compression-détente pur est un phénomène complexe,

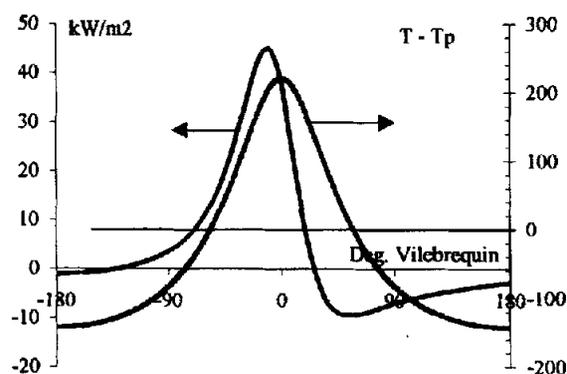


Figure 6. Flux instantané résultant d'un calcul sur deux tours de vilebrequin avec une température d'admission T_0 égale à 293 K. Régime de $1000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$; $P_0 = 0,1 \text{ MPa}$.

Figure 6. Instantaneous heat flux from a two-revolution run. Intake temperature $T_0 = 293 \text{ K}$. Rotation speed 1000 rpm . $P_0 = 0.1 \text{ MPa}$.

mais peut être formulé de façon rigoureuse. La solution analytique proposée est assez simple, tout au moins suffisamment régulière pour que peu d'harmoniques soient nécessaires. Le caractère assez impulsionnel de l'évolution de la pression demande cependant une vingtaine de termes, ce qui ne pose aucun problème de temps de calcul, alors que la solution du régime transitoire, sous forme d'un produit de convolution, est de mise en œuvre plus complexe. Le résultat des simulations consiste en l'évolution du flux de chaleur instantané, et accessoirement des répartitions instantanées de température dans le milieu fluide. Ces dernières illustrent l'état de déséquilibre de la zone de couche limite. Notons cependant que la notion de «couche limite» ne correspond pas dans notre cas à la théorie classique de la couche limite, pour laquelle l'écoulement principal est de direction parallèle à la paroi, alors que, pour le cas de la compression pure, l'écoulement est perpendiculaire à celle-ci, avec nos hypothèses. Les modèles classiquement utilisés pour l'estimation des transferts dans les moteurs sont basés sur des formules de convection forcée, avec le plus souvent des lois en puissance de la pression, de la température et de la vitesse de rotation. Ces lois ne rendent pas compte de cet état de déséquilibre, et ne sauraient prévoir un flux de chaleur dirigé de la paroi vers le gaz, alors que le gaz loin de la paroi est plus chaud que la paroi, ainsi qu'on le constate au cours de la phase de détente.

Nous avons montré que le flux de chaleur moyen est dirigé du gaz vers la paroi, et que ce transfert est la conséquence directe de la production d'entropie par irréversibilité dans le milieu fluide. Ce flux moyen, avec des valeurs de fluctuation de pression du niveau que l'on peut attendre sur des moteurs thermiques ou des compresseurs, reste faible devant la valeur maximale du flux obtenue à un angle de vilebrequin d'une dizaine de degrés avant le point mort haut, sur le cas test présenté. Pour une évolution de la pression présentant un niveau de fluctuation faible devant la valeur absolue, ce déphasage serait d'un quart de période. La faible valeur obtenue pour le déphasage angulaire s'explique par le changement de variable temporelle utilisée, qui s'interprète comme une dilatation des angles voisins du point mort haut.

L'application aux moteurs thermiques requiert la prise en compte d'un cycle à quatre temps, c'est-à-dire avec un tour d'échappement et d'admission durant lequel la variation de pression est relativement négligeable. Dans le modèle unidimensionnel, on ne peut que considérer ces phases comme des phases de repos et de rééquilibrage, en ignorant les phénomènes

de convection qu'induisent les mouvements du fluide. L'approche par les formules de convection forcée est alors mieux justifiée, mais ne rend pas toujours compte de façon correcte des phases de compression et de détente en certains points.

Une deuxième application du modèle pourrait être la caractérisation de phénomènes thermo-acoustiques, c'est-à-dire des situations de couplage entre des oscillations de pression et de température d'un milieu gazeux au contact d'une paroi. On ne s'intéresserait ici qu'aux fréquences assez basses, et aux distances à la paroi petites devant la longueur d'onde de l'oscillation de pression. Le modèle pourrait alors décrire le comportement à l'extrémité fermée d'un tube, en prévoyant le flux de chaleur dissipé par la paroi siège d'une oscillation de pression intense, en régime très fortement non linéaire.

RÉFÉRENCES

- [1] Amara S., Vignon J.-M., Brun M., Contribution à la modélisation des transferts thermiques instationnaires gaz-paroi dans la chambre de combustion d'un moteur, *Entropie* N° 174-175 (1993) 95-100.
- [2] Amara S., *Élaboration et validation d'un modèle de transferts thermiques instationnaires gaz-paroi dans la chambre de combustion d'un moteur*, thèse, École centrale de Lyon, 1994.
- [3] Keck J.C. Thermal boundary layer in a gas subject to a time dependent pressure, *Letter in Heat and Mass Transfer* 8 (1981) 313-319.
- [4] Yang J., Convective heat transfer. Predictions and experiments in an I.C. engine, thèse, University of Wisconsin-Madison, 1988.
- [5] Amara S., Vignon J.M, Brun M., Effects of pressure and temperature variations on unsteady convective heat transfer in the combustion chamber of a motored engine, in: *Heat transfer in single phase flows*, Eurotherm Seminar No. 25, juillet 1991, pp. 128-133.
- [6] Vignon J.-M., Trémoulière G., Étude numérique d'un capteur de flux thermique rapide, *Rev. Gén. Therm.* N° 299 (1986) 521-527.
- [7] Overbye V.D., Bennethum J.E., Uyherara A.O., Myers P.S., Unsteady heat transfer in engines, *S.A.E. Trans.* 69 (1961) 461-494.
- [8] Yang J., Martin J.K., Approximate solution. One dimensional energy equation for transient, compressible, low Mach number, turbulent boundary layer flows, *J. Heat Trans.- T. ASME* 111 (1989) 619-624.

Abridged English Version

Periodic heat transfer model for pure compression expansion modelling

Heat transfer calculus for applications in reciprocating engines is usually handled as a forced convection problem by the use of heat transfer coefficients. Power laws based on pressure, temperature and speed of rotation are classically used, with special fitting on global experimental data.

We obtained an analytical solution of the energy equation for the periodic flow and temperature field inside the chamber, considered as an unlimited media. An interesting result for measurements applications is to determine at what time the instantaneous flux crosses the zero value. We found in a previous study that the time of zero temperature difference between the wall and the fluid gives the best estimate during the compression phase. This estimate applies to the common case, for which the average heat flux is not available, when only superficial temperature is recorded.

A velocity and temperature field describes the one dimensional flow field, with variation in the direction perpendicular to the wall. The hypothesis refers to a laminar flow field without combustion. The pressure varies only with time, and it gives evolutions outside the near wall region. The stream function (equation (4)) eliminates the velocity, satisfying the continuity equation. The thermal conductivity is assumed to be proportional to the absolute temperature and reversible behaviour applies outside the wall zone. A thermal equilibrium condition determines the assumed constant wall temperature value. The energy balance equation is then transformed to a unity diffusion coefficient heat equation, and solved as a Fourier series (equations (13) and (14)). Equilibrium conditions imply an average heat flux

from gas to wall, as a consequence of entropy production due to irreversibility in the influence region of the wall. This average heat flux value is much weaker than its maximum instantaneous value.

Results are in good agreement with measurements on a motored experimental engine, adapted from an industrial small Diesel engine. The intake and exhaust processes are neutralised, so that the compression and expansion induce the greater part of the flow field. Temperature profiles show a boundary thermal layer thickness of 1 to 3 mm (*figure 3*). This modification eliminates the forced convection given by the persistence of the intake velocity field. The heat flux, as for a more classical periodic heat transfer problem, precedes the temperature difference behaviour, but by less than a quarter of a period, owing to compression effects (*figure 2*). The models using instantaneous heat transfer coefficients give these evolutions in phase. Adaptation for a four strokes engine requires addition of a dead revolution, with pressure and temperature brought to ambient values. For that reason, maximum heat flux values are higher, but below typical values on motored engines. It is necessary to take into account forced convection, which then becomes a dominant phenomenon.

Another possible application is the thermo-acoustical phenomena characterisation. The model can therefore describe coupling between pressure and temperature oscillations of a gaseous medium near a wall, at the end of a closed tube where the oscillating flow field is perpendicular to the wall.

